

Loi de Commande par Mode de Glissement avec Une Surface de Glissement Non Linéaire Appliquée au Système Hydraulique à Réservoirs Couplés

A. Boubakir *, F. Boudjema *, C. Boubakir **, N. Ikhlef **

* Laboratoire de Commande des Processus, Département de génie électrique, Ecole Nationale Polytechnique, 10, Avenue Pasteur, Hassen Badi, El-Harrach, Alger, Algérie. E-mail : ah_boubakir@yahoo.fr

** Laboratoire d'Etudes et de Modélisation en Electrotechnique, Faculté des Sciences de l'ingénieur, Université de Jijel, B.P. 98, Ouled Aissa, 18000, Jijel, Algérie.

Abstract- Depuis plusieurs années, la commande par mode de glissement reste l'un des domaines de la commande les plus étudiés dans les travaux de recherche. En effet, la robustesse et la simplicité qui la caractérisent, sont les motifs essentiels qui nous amènent souvent à chercher de plus sur cette technique. Généralement, dans la synthèse de la loi de commande par mode de glissement, la surface de glissement est définie comme un système linéaire autonome et stable. Néanmoins, la dynamique imposée par un tel système est plus lente que celle imposée par un système non linéaire, d'où l'importance d'utiliser ce dernier type de systèmes pour synthétiser la surface de glissement dans certaines applications. Dans le présent travail, nous développons une surface de glissement non linéaire, telle que la non linéarité est engendrée via une fonction bornée de type sigmoïde. La faisabilité ainsi que les performances de cette surface ont été validés aussi bien en simulation qu'en expérimentation dans la commande du système hydraulique CE105 à réservoirs couplés.

Mots clés- Mode de glissement, surface de glissement non linéaire, système hydraulique CE105.

I. INTRODUCTION

La théorie des systèmes à structure variable fait l'objet de multiples études depuis une cinquantaine d'années. Les premiers travaux sur ce type de systèmes sont ceux d'Anosov [1], de Tzypkin [2] et d'Emelyanov [3, 4] dans l'ancienne URSS, ou ceux d'Hamel [5] en France, sur la commande à relais. Ces recherches ont connu un nouvel essor à la fin des années soixante-dix lorsque Utkin introduit la théorie des modes glissants [6]. Actuellement, cette technique de commande connaît une large gamme d'applications dans des domaines très variés tels que la robotique [7], la mécanique et l'électrotechnique [8, 9, 10].

L'algorithme de commande par mode de glissement est classifié dans les systèmes de contrôle à structure variable VSS (Variable Structure System dans la littérature anglo-saxonne). Cette technique est basée sur le principe qu'il est plus facile de commander un système de 1^{er} ordre que de commander un système du n^{ième} ordre, qu'il soit linéaire ou non. Le principe de ce type de système à structure variable consiste à amener,

quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hyper surface de l'espace de phase (représentant un ensemble de relations, statiques, entre les variables d'état). La surface considérée est alors désignée comme étant la *surface de glissement ou de commutation*. Le comportement dynamique résultant, appelé régime glissant idéal, est complètement déterminé par les paramètres et les équations définissant la surface. L'avantage d'obtenir un tel comportement est double : d'un côté, on a une réduction de l'ordre du système, et d'autre part, le régime glissant insensible aux perturbations intervenant dans les mêmes directions que les entrées (*matching perturbations*).

L'utilisation des surfaces linéaires dans la synthèse des lois de commande par mode de glissement est jugée satisfaisante par les auteurs en terme de stabilité [11, 12]. Toutefois, la dynamique imposée par ce choix est relativement lente et pour surmonter ce problème, nous pouvons utiliser des surfaces de glissement non linéaires. Dans la littérature, des approches ont été proposées pour la synthèse de ce type de surfaces. Dans [13] la surface proposée est constituée de deux termes, un terme linéaire qui est défini par le critère de stabilité de Herwitz et un autre terme non linéaire utilisé pour améliorer les performances au régime transitoire. Malheureusement cette surface requiert trop de calcul. Pour cela, ses applications sont restreintes pour le cas des systèmes d'ordre supérieur. Dans cet'article, nous présentons une surface de glissement non linéaire, telle que la non linéarité est engendrée via une fonction de type sigmoïde. La surface présentée, et même la non linéarité qui la caractérise, garde la simplicité dans la synthèse de la loi de commande.

L'article est structuré de la manière suivante : la section II est consacrée à l'élaboration du modèle du système hydraulique à réservoirs couplés. Dans la troisième section, nous mettons en évidence la surface de glissement définie ainsi que la synthèse de la loi de commande pour le système hydraulique CE105 à réservoirs couplés. Les résultats de simulation et ceux d'expérimentation sont présentés à la section IV et V, respectivement.

II. MODELISATION DU SYSTEME HYDRAULIQUE

Le CE105 à réservoirs couplés est considéré comme un benchmark pour l'étude et l'analyse des problèmes de commande des systèmes hydrauliques. Ce dispositif, est conçu par « TQ Education And Training » et, nous permet d'examiner la commande de niveau du liquide dans un ou deux réservoirs en variant le débit à partir d'une pompe.

Cet appareil comporte deux réservoirs verticaux reliés par un canal d'écoulement [14], une valve rotative, utilisée pour changer la section du canal et, par conséquent, pour changer les caractéristiques d'écoulement entre les réservoirs (voir Fig. 1). Il comporte également des capteurs de niveau, dans chaque réservoir, donnant une tension proportionnelle au niveau du liquide.

La vitesse de la pompe peut être ajustée pour remplir le premier réservoir, la relation entre la tension d'alimentation de la pompe u et le débit d'entrée q_1 peut s'écrire :

$$q_1 = K_p \cdot u \quad (1)$$

avec, K_p le gain de la pompe.

Le deuxième réservoir peut être rempli à partir du premier réservoir par l'intermédiaire de l'ouverture variable (canal 1) d'une valve placée au milieu des deux réservoirs. Une deuxième valve avec une ouverture variable (canal 2) est incluse au-dessous du deuxième réservoir ce qui peut changer le débit sortant q_0 .

En utilisant l'équation d'équilibre d'écoulement, pour le premier réservoir, nous obtenons :

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{A} (-q_{12} + q_1) \quad (2)$$

et pour le deuxième réservoir :

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{A} (q_{12} - q_0) \quad (3)$$

avec, A la section du réservoir, h_i le niveau du liquide dans le réservoir i , q_1 le débit d'entrée généré par la pompe ; et q_{12} est le débit entre les deux réservoirs [14], tels que :

$$\begin{aligned} q_0 &= s_2 \cdot a_0 \sqrt{2gh_2} \\ q_{12} &= s_1 \cdot a_{12} \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \end{aligned} \quad (4)$$

avec : s_1 la section du canal 1 ; et s_2 est la section du canal 2, g est la constante de la gravité, a_{12} et a_0 les coefficients de décharge de la valve 1 et la valve 2, respectivement. Les paramètres, nominaux et ceux obtenus expérimentalement, du système sont donnés au tableau 1.

Finalement, le système hydraulique est régi par l'équation différentielle non linéaire suivante :

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A} (-s_1 \cdot a_{12} \sqrt{2g(h_1 - h_2)} + K_p \cdot u) \\ \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{A} (s_1 \cdot a_{12} \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - s_2 \cdot a_0 \sqrt{2gh_2}) \\ y = K_s \cdot h_2 \end{cases} \quad (5)$$

avec,

$$u = \begin{cases} u_{\max} & \text{if } u \geq u_{\max} \\ 0 & \text{if } u \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Pour ce système, nous définissons le modèle d'état avec $x = [x_1, x_2]^T = [h_2, h_1]^T$, Tel que

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + K_a \cdot u \\ y = K_s \cdot x_1 \end{cases} \quad (7)$$

avec,

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \beta_1 \cdot \sqrt{x_2 - x_1} - \beta_2 \cdot \sqrt{x_1} \\ f_2(x) &= -\beta_1 \cdot \sqrt{x_2 - x_1} \end{aligned} \quad (8)$$

et,

$$\beta_1 = \frac{s_1 \cdot a_{12} \sqrt{2g}}{A}; \beta_2 = \frac{s_2 \cdot a_0 \sqrt{2g}}{A}; K_a = \frac{K_p}{A}.$$

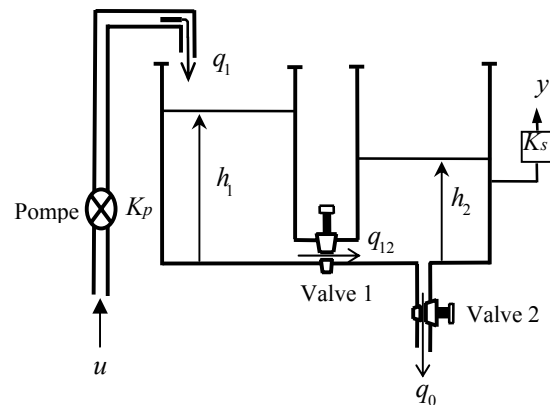


Fig. 1. Système hydraulique CE105 à réservoirs couplés

TABLEAU I
PARAMETRES DU SYSTEME HYDRAULIQUE CE105

Section du chaque réservoir	A	$9350 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
Section de l'ouverture variable de chaque valve	$s_{1\max}$	$78.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
	$s_{2\max}$	$78.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
Coefficient de décharge	a_{12}	~ 1
	a_0	~ 1
Niveau maximal	h_{\max}	0.25 m
Tension d'entrée maximale	u_{\max}	10 v
Gain de la pompe	K_p	$7.5 \text{ m}^3/\text{s.v}$
Gain du capteur	K_s	40 v/m
Constante de gravité	g	$9.8 \text{ m}/\text{sec}^2$

III. SYNTHÈSE DE LA LOI DE COMMANDE

L'idée de base de la commande par mode de glissement est premièrement d'attirer les états du système dans une région d'espace d'état convenablement sélectionnée, connue sous le nom de la surface de glissement. Telle qu'une fois que le système se trouve dans cette région d'espace d'état, il ait le comportement désiré. Ensuite, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui conduise, dans un temps fini, le système vers cette région et le maintiendra dans celle-ci, c'est à dire la commande doit assurer l'attractivité et l'invariance de la surface de glissement.

La sortie du système, $y = K_s \cdot x_1$ est de degré relatif $r = 2$. Pour cela, et afin de garantir la convergence de la sortie y vers la consigne y_d , nous définissons dans l'espace d'état de l'erreur la surface de glissement suivante :

$$\Psi = \{x \in \mathbb{R}^2 / S(e) = \dot{e} + \Lambda(e) = 0\} \quad (9)$$

avec, $e = y - y_d$ et $y_d = K_s \cdot h_{d2}$; h_{d2} c'est le niveau désiré dans le deuxième réservoir, $\Lambda(\cdot)$ une fonction de classe C_1 . l'ensemble Ψ est appelé surface de glissement ou de commutation ou encore contrainte. La fonction S , quant à elle, est dénommée fonction de glissement ou de commutation.

A. Proposition 1

Considérons la variété de l'espace d'état définie dans (9), et soit $\Lambda(\cdot)$ une fonction continue avec $e \cdot \Lambda(e) > 0 \forall e \neq 0$. Donc, dans l'ensemble d'espace d'état Ψ l'erreur, $e = y - y_d$, converge au moins asymptotiquement vers zéro.

B. Preuve 1

À partir de (9), nous pouvons écrire,

$$\dot{e} = -\Lambda(e) \quad (10)$$

Une fonction de Lyapunov V est définie par :

$$V = \frac{1}{2} e^2 \quad (11)$$

Cette fonction est définie positive, la dérivée temporelle \dot{V} est :

$$\dot{V} = -e \cdot \Lambda(e) \quad (12)$$

Pour avoir \dot{V} définie négative, il suffit que $e \cdot \Lambda(e) > 0 \forall e \neq 0$. Par conséquent, l'erreur est bornée et, de plus, tend au moins asymptotiquement vers zéro ($e(t) \rightarrow 0$, pour $t \rightarrow \infty$).

Dans notre travail, nous choisissons la fonction $\Lambda(\cdot)$ comme étant une fonction sigmoïde et ceci pour avoir $e \cdot \Lambda(e) > 0 \forall e \neq 0$. Nous pouvons définir une fonction sigmoïde comme suit [15] :

Pour un ε donné, $0 < \varepsilon < 1$, une fonction continue Λ_ε de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est dite une fonction ε -sigmoïde si elle vérifie les relations suivantes, pour $z \in \mathbb{R}$:

$$1. \Lambda_\varepsilon(z) \cdot z > 0, z \neq 0 \quad (13)$$

$$2. \Lambda_\varepsilon(0) = 0 \quad (14)$$

$$3. |z| \leq \varepsilon \Rightarrow |\Lambda_\varepsilon(z)| \geq \frac{|z|}{\varepsilon} (1 - \varepsilon)$$

$$|z| \geq \varepsilon \Rightarrow |1 - \Lambda_\varepsilon(z) \text{sign}(z)| \leq \varepsilon \quad (15)$$

C. Remarque 1

Lorsque nous choisissons la fonction $\Lambda(e) = \lambda \cdot e$, avec $\lambda > 0$, nous avons une surface de glissement linéaire. Ainsi, dans la variété de l'espace d'état Ψ l'erreur converge exponentiellement vers zéro, ($e(t) \rightarrow 0$, avec $|e(t)| < |e(0)|$, pour $t \rightarrow \infty$).

Dans ce qui suit, nous cherchons à définir une la loi de commande u de telle sorte que la variété de l'espace d'état Ψ soit attractive et invariante.

D. Proposition 2

Considérons la variété de l'espace d'état Ψ définie dans (9) et soit la commande u est donnée par :

$$u = u_{eq} + u_c \quad (16)$$

$$\text{avec, } u_c = -A^{-1}(x) \cdot m \cdot \text{sign}(S) \quad (17)$$

et $m > 0$,

$$u_{eq} = -A^{-1}(x) \cdot [B(x) + C(x)] \quad (18)$$

$$\text{avec, } \begin{cases} \Lambda(x) = \frac{2}{1 + e^{-\mu x}} - 1 \\ \text{et,} \\ \frac{d\Lambda(x)}{dx} = \frac{\mu}{2} \cdot [1 - \Lambda(x)^2] \end{cases}, \mu > 0 \quad (19)$$

et,

$$\begin{cases} B(x) = K_s \cdot \left[\beta_1 \cdot \frac{f_2(x) - f_1(x)}{2 \cdot \sqrt{x_2 - x_1}} - \beta_2 \cdot \frac{f_1(x)}{2 \cdot \sqrt{x_1}} \right] \\ C(x) = (K_s \cdot f_1(x) - \dot{y}_d) \cdot \frac{\mu}{2} \cdot [1 - \Lambda(e)^2] - \ddot{y}_d \\ A(x) = \frac{K_s \cdot \beta_1 \cdot K_a}{2 \cdot \sqrt{x_2 - x_1}} \end{cases} \quad (20)$$

Avec $f_i(x)$, pour $i = 1, 2$, sont définis dans (8) et la fonction $\Lambda(\cdot)$ est caractérisée dans la proposition 1. Donc, Ψ est globalement attractive et invariante.

E. Preuve 2

Considérons la fonction de Lyapunov candidate $V = \frac{1}{2} S^2$, sa dérivée est, \dot{V} , telle que :

$$\dot{V} = S \cdot \dot{S} \quad (21)$$

et, $\dot{S} = B(x) + C(x) + A(x) \cdot u$, avec la loi de commande donnée par :

$$u = -A^{-1}(x) \cdot [B(x) + C(x) + m \cdot \text{sign}(S)] \quad (22)$$

La dérivée de la surface \dot{S} peut s'écrire :

$$\dot{S} = -m \cdot \text{sign}(S) \quad (23)$$

Nous substituons (23) dans (21), la dérivée de la fonction de Lyapunov \dot{V} devient :

$$\dot{V} = -m \cdot S \cdot \text{sign}(S) \quad (24)$$

Pour avoir $\dot{V} < 0 \forall S \neq 0$, il suffit de choisir $m > 0$. Cette condition rend ($S=0$), c'est-à-dire la variété Ψ est globalement attractive. De plus, lorsque $\dot{S} = 0$, Ψ est invariante. Par conséquent, la loi de commande définie par (16), (17), (18) peut assurer l'attractivité de la variété Ψ .

La commande de correction (17) peut se mettre, aussi, comme suit :

$$u_c = -K \cdot \text{sign}(S) \quad (25)$$

avec $K > 0$, et pour avoir \dot{V} définie négative $\forall S \neq 0$, il suffit de choisir $K > \max |m/A(x)|$.

IV. RESULTATS DE SIMULATION

Dans cette section, nous présentons les résultats de simulation concernant l'application de la loi de commande par mode de glissement synthétisée précédemment et schématisée par la figure 2. Ces résultats ont été obtenus en utilisant le

modèle mathématique du système hydraulique *CE105* à réservoirs couplés avec les paramètres de simulation suivants : La période d'échantillonnage $dt = 0.2$ sec. et le temps de simulation $t_{\max} = 900$ sec. avec un gain de commutation $K = 8$ et le paramètre de la surface de glissement $\mu = 0.5$. La valeur de s_1 est prise à 100% de sa valeur maximale ($s_1 = s_{1\max}$) et la valeur de la section s_2 est variée comme elle montre la figure 3. Telle que, en pratique la section du canal 2 est changée manuellement via la valve rotative (valve 2). Le niveau de référence h_{d2} , est choisi comme étant un train d'impulsion avec une amplitude de 2.5 à 7.5cm, et celle-ci, se change chaque $T/2 = 200$ sec, avec un rapport cyclique (*duty cycle*) $\tau = 0.5$.

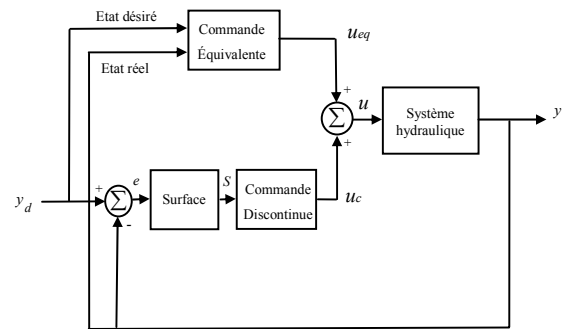


Fig. 2. Schéma bloc de la commande.

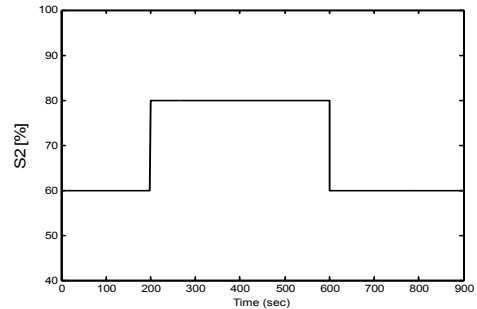


Fig. 3. Variation de la section du canal 2.

V. APPLICATION SUR LE SYSTEME REEL CE105

Nous avons procédé à la vérification et le test de la commande développée en expérimentation au système hydraulique *CE105* à réservoirs couplés (Voir la figure 4). La loi de commande est implantée à l'aide d'un PC Pentium II à 200MHz équipé d'une carte *DSPACE* de type *DS1102* et le logiciel Matlab 5.3.0 avec Simulink 3.0.1. La période d'échantillonnage est fixée à 0.2 sec.

Pour des raisons pratiques, nous avons utilisé un filtre de Chebyshev, avec une fréquence de coupure $f_c = 0.5$ [Hz] et une atténuation $R = 20$ [db]. En effet, le liquide dans les deux réservoirs est caractérisé par un écoulement turbulent, ce qui donne naissance aux bruits de hautes fréquences sur les signaux utiles.

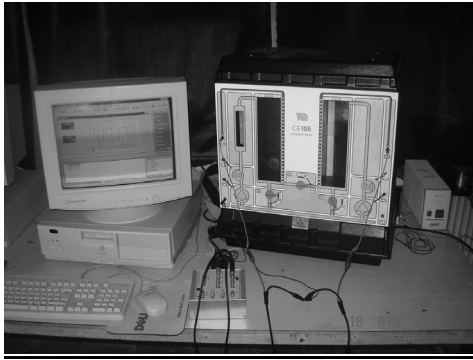


Fig. 4. Vue générale de l'équipement utilisé.

Les résultats de simulation et ceux d'expérimentation, sont présentés sur les figures 5 et 6. Nous pouvons remarquer bien qu'on a abouti à des résultats satisfaisants en terme de poursuite, Fig. 5(a) et Fig. 6(a), avec un dépassement maximal admissible et un temps de réponse environ de 30 sec, ce qui est acceptable par rapport à la nature de systèmes hydrauliques. Des pics sont apparus au niveau de la surface de glissement, Fig. 5(e) et Fig. 6(e), ceci est dû au changement brusque de la consigne. En outre, cette commande manifeste une robustesse remarquable vis-à-vis des erreurs de modélisation et des bruits de mesure. En effet, cette commande est calculée à base d'un modèle simplifié du système hydraulique, avec des dynamiques négligées, comme celles de la pompe, et les paramètres du système utilisés sont loin de leurs valeurs réelles. De plus, la variation de la section du canal 2 n'a pas d'influence sur le comportement du système. Nous remarquons aussi que le niveau dans le premier réservoir évolue dans les limites admissibles.

VI. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons abordé la méthode de synthèse d'une loi de commande par mode de glissement en utilisant une surface de glissement non linéaire. En premier temps, nous avons présenté la classe de cette surface de glissement adoptée avec ses propriétés. En deuxième temps, une loi de commande par mode de glissement, en utilisant la surface de glissement développée, a été élaborée. En effet, nous avons remarqué que malgré la non linéarité qui caractérise cette surface, la méthode de synthèse s'est faite aisément, et ceci, comme dans le cas des surfaces linéaires.

Les simulations effectuées sur le modèle d'état du système hydraulique CE105 à réservoirs couplés ainsi que les relevés expérimentaux, montrent l'efficacité de cette commande aussi bien en simulation qu'en expérimentation.

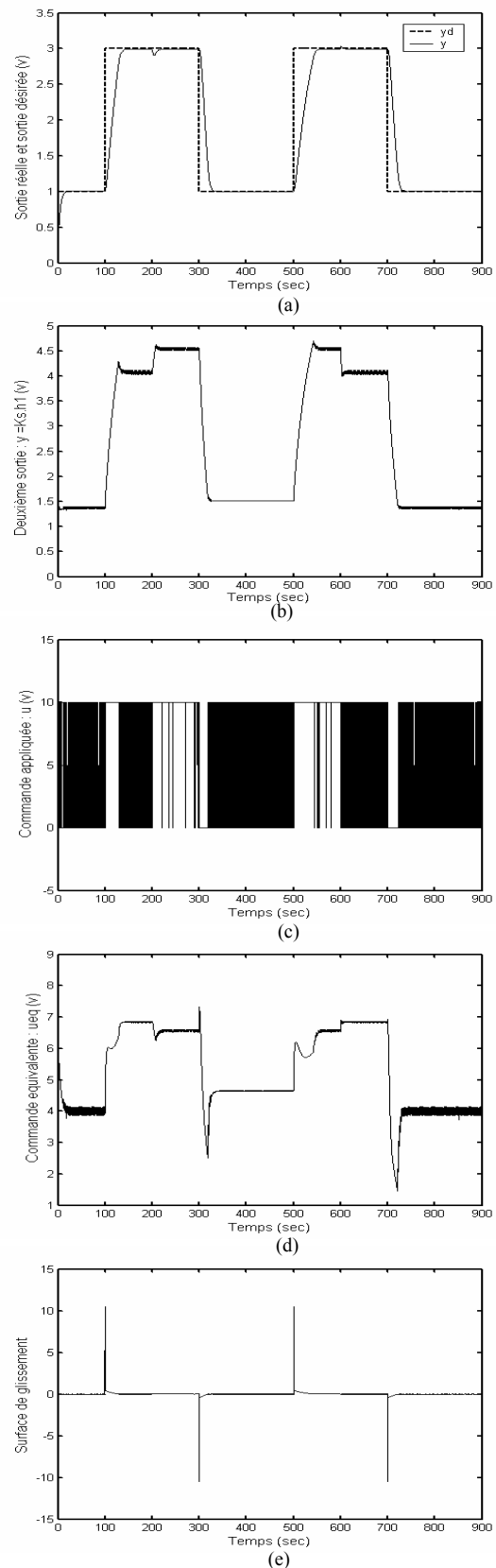


Fig. 5. Résultats de simulation de la commande appliquée au système hydraulique CE105.

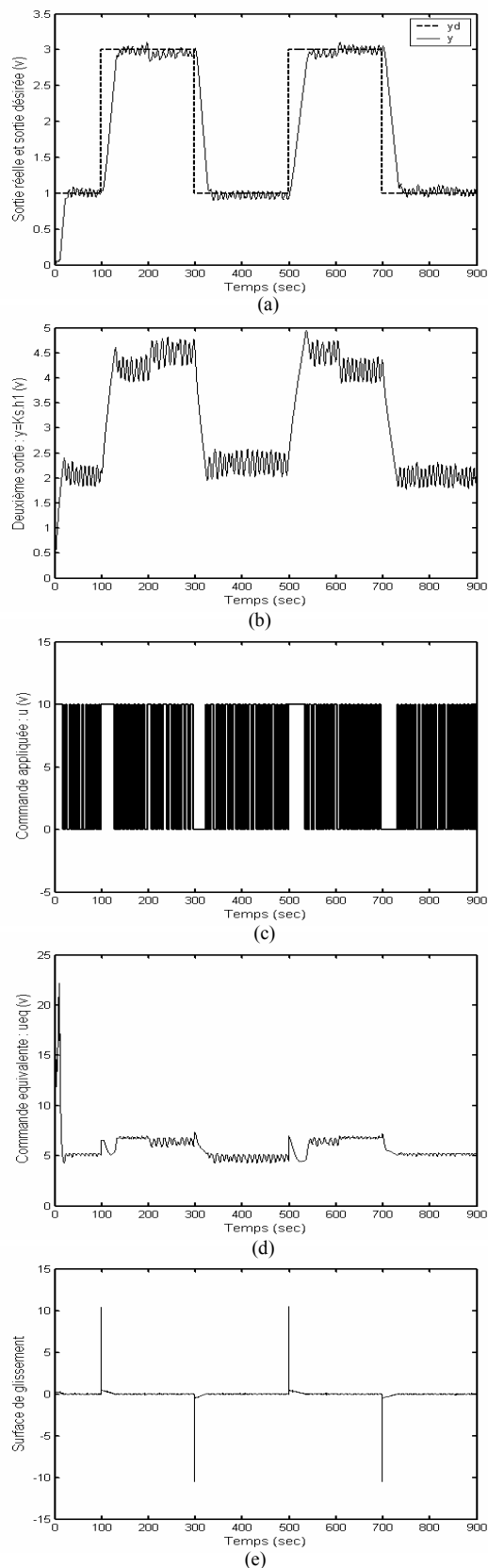


Fig. 6. Résultats expérimentaux de la commande appliquée au système hydraulique CE105.

REFERENCES

- [1] D.V. Anosov, "On stability of equilibrium points of relay systems," *Automation and Remote Control*, vol.2, pp. 135-149, 1959.
- [2] Y.Z. Tzypkin, *Theory of Control Relay Systems*, Moscow : Gostekhizdat, 1955.
- [3] S.V. Emel'yanov, "On peculiarities of variables structure control systems with discontinuous switching functions," *Doklady ANSSR*, vol. 153, pp. 776-778, 1963.
- [4] S.V. Emel'yanov, *Variable Structure Control Systems*, Moscow. Nauka, 1967.
- [5] B. Hamel, *Contribution à L'étude Mathématique des Systèmes de Réglage par Tout ou Rien*, Centre d'études de mécanique, no.17, 1949.
- [6] V.I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no 2, pp. 212-222, 1977.
- [7] D. Boukhetala, F. Boudjema, T. Madani, M.S. Boucherit and N.K. M'Sirdi, "A new decentralized variable structure control for robot manipulators," *Int. J. of Robotics and Automation*, vol. 18, pp. 28-40, 2003.
- [8] M.E. Aggoune, F. Boudjema, A. Bensenousi, A. Hellal, M.R. Elmesai and S.V. Vadari, "Design of adaptive variable structure voltage regulator using artificial neural networks," *Proc. 2nd IEEE Conf. in Control Applications*, Vancouver, pp. 337-343, 1993.
- [9] M.E. Aggoune, F. Boudjema, A. Bensenousi, A. Hellal, M.R. Elmesai and S.V. Vadari, "Design of variable structure voltage regulator using pole assignment technique," *IEEE Trans. Autom. Control*, AC-39, pp. 2106-2110, 1994.
- [10] F. Boudjema and J.L. Abatut, "Sliding-Mode : A new way to control series resonant converters," *1990 IEEE Conf. Ind. Electron. Society*, Pacific Grove, CA, pp. 938-943, 1990.
- [11] EL. Ghezawi, O.M.E. Zinober, "Analysis and design of variable structure systems using a geometric approach," *ibid*, pp.657-671, 1983.
- [12] V.I. Utkin, K. D. Young, "Methods for constructing discontinuity planes in multidimensional variable structure systems," *Auto. & Remote control*, pp. 1466-1470, 1978.
- [13] D.S. Lee, M.J. Youn, "Controller design of variable structure systems with nonlinear sliding surface," *Electronics Letters*, vol. 25, no. 25, pp.1715-1716, 1989.
- [14] P. Wellstead, *TecQuipment CE105 Coupled Tanks Apparatus*, Control Systems Centre, Manchester, U.K, 1993.
- [15] N.Yeganefar, M. Dambrine and A. Kokosy, "Stabilisation pratique par modes glissants pour un système linéaire à retard," *Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, CIFA2004, Tunisie, 2004.