

Commande Adaptative à Modèle de Référence pour les Systèmes linéaires Variants et les Systèmes non linéaires

GHEDJATI K., ABDELAZIZ M., HEMSAS K. E.

Laboratoire d'Automatique

Département d'Electrotechnique, Université de Sétif.

Cité Maabouda, Sétif, 19000, ALGERIE

abde_m@yahoo.fr , hemsas_ke_dz@yahoo.fr

Résumé - Dans cet article, on présente au premier lieu le concept du CGT (Command Generator Tracker), puis on utilise ce concept pour développer une commande adaptative à modèle de référence qui sera appliquée aux systèmes linéaires variants et aux systèmes non linéaires favorable à la linéarisation virtuelle. La stabilité asymptotique est également garantie même si les conditions du suivi parfait ne sont pas satisfaites, il suffit juste de fournir quelques conditions satisfaisantes. Les simulations montrent que l'algorithme développé conduit à une erreur asymptotiquement stable.

I. INTRODUCTION

Le concept du générateur de commande pour la poursuite (CGT) [1] a été prouvé que c'est un outil très utile dans le développement des algorithmes du contrôle adaptatif à modèle de référence. Dans cet article, le concept CGT à temps variable est développé, de ce fait permettant l'application du MRAC (Model Reference Adaptive Control) aux systèmes linéaire à paramètres variables et aux systèmes non linéaires qui peuvent être linéariser par la procédure de la linéarisation virtuelle. La convergence des gains d'adaptation ainsi que des études récentes sur le MRAC peuvent être trouvés dans [2] et [3].

II. POURSUITE DE SORTIE DU MODELE

Le problème de contrôle linéaire à modèle de référence est résolu pour le processus d'équation :

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (1)$$

Où $x_p(t)$ est le vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$, $u_p(t)$ est le vecteur de contrôle de dimension $(m \times 1)$, $y_p(t)$ est le vecteur de sortie de dimension $(q \times 1)$. Les matrices A_p , B_p et C_p sont des matrices de dimension appropriée, avec $a_p(i, j)$ et $b_p(i, j)$ sont les i, j ième élément de A_p et B_p respectivement.

Il est aussi supposé que :

$$\begin{aligned} a_{-ij} \leq a_p(i, j) \leq \bar{a}_{ij}, i = 1..n, j = 1..n \\ b_{-ij} \leq b_p(i, j) \leq \bar{b}_{ij}, i = 1..n, j = 1..m \end{aligned} \quad (2)$$

et

1. Toutes les paires possibles A_p, B_p sont contrôlables et stabilisables par un gain de retour de sortie.
2. Toutes les paires possibles A_p, C_p sont observables.
3. B_p est une matrice de rang maximal.

L'objectif est de trouver, sans connaissance explicite de

A_p et B_p , le vecteur de contrôle $u_p(t)$ telle que le vecteur de sortie du système $y_p(t)$ serait une approximation raisonnable du vecteur de sortie du modèle de référence défini par :

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\ y_m(t) &= C_m x_m(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Où $x_m(t)$ est le vecteur d'état de dimension $(n_m \times 1)$, $u_m(t)$ est le vecteur de contrôle de dimension $(q \times 1)$, $y_m(t)$ est le vecteur de sortie du modèle de dimension $(q \times 1)$. Les matrices A_m, B_m et C_m sont des matrices de dimension appropriée. Le modèle est supposé stable. Il est important de noter que la dimension de l'état du modèle peut être inférieure à celle du processus, mais les deux doivent avoir le même nombre de sorties.

III. GENERATEUR DE COMMANDE POUR LA POURSUITE (CGT).

III.1 SYSTEME A PARAMETRES INVARIABLES

Le CGT est une loi de contrôle à modèle de référence destinée aux systèmes linéaires invariants ou variants dont les paramètres sont connus, cette loi de contrôle est une combinaison entre les états du modèle, l'entrée de référence et l'erreur entre la sortie de modèle et celle du système.

Le système linéaire invariant est décrit par (1) et quand une poursuite parfaite de sortie est atteinte, c à d $y_p(t) = y_m(t)$ Pour $t \geq 0$, les trajectoires de contrôle et d'états correspondants sont dites trajectoires idéales et sont notées $x_p^*(t)$ et $u_p^*(t)$ et par définition, le système idéal est tel qu'il satisfait la même dynamique que celle du système réel. En plus, la sortie du système idéal est identiquement égale à la sortie du modèle de référence, mathématiquement parlant :

$$\dot{x}_p^*(t) = A_p x_p^*(t) + B_p u_p^*(t) \quad (4.a)$$

$$y_p^*(t) = y_m = C_p x_p^*(t) = C_m x_m(t) \quad (4.b)$$

Il est supposé que les trajectoires idéales sont des fonctions linéaires des états et des entrées du modèle de référence :

$$\begin{bmatrix} x_p^*(t) \\ u_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ici $u_m(t)$ est supposée constante, sinon ses dérivées doivent être disponibles, cette supposition peut être allégée. La trajectoire idéale vérifie l'équation (1), c-a-d :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p^*(t) \\ \dot{y}_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p^*(t) \\ u_p^*(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

En remplaçant (5) dans (6), on aura :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p^*(t) \\ \dot{y}_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

La dérivation de l'équation (5), en considérant que $u_m(t)$ est une constante donne :

$$\dot{x}_p^* = S_{11}(t)\dot{x}_m(t) + S_{12}\dot{u}_m(t) = S_{11}\dot{x}_m(t) \quad (8)$$

Si on remplace $\dot{x}_m(t)$ de (3) dans (8), on trouve :

$$\dot{x}_p^*(t) = S_{11}A_m x_m(t) + S_{11}B_m u_m(t) \quad (9)$$

La forme compacte de (9) et (4) est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p^*(t) \\ y_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}A_m & S_{11}B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

De (7) et (10) et sachant que $x_m(t)$ et $u_m(t)$ sont arbitraires, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} S_{11}A_m & S_{11}B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

L'équation matricielle (11) représente un système d'équations linéaires qui doit être résolu pour les matrices S_{ij} .

Il y a $(n+q) \times (n+m)$ équations avec $(mn_m + nm + mn + m^2)$ inconnues. Quand $(m \times n)$ le nombre d'entrée de contrôle est supérieure à q (le nombre de sortie du système), il y a au moins autant d'équations que d'inconnues, alors, la solution CGT existe presque toujours. Dans le cas très rare où une situation singulière est présente, on peut changer les valeurs des paramètres du modèle de référence pour éliminer la singularité.

Une méthode élégante mais qui ne donne pas toujours de solution, consiste à définir :

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p(t) & B_p(t) \\ C_p & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (12)$$

Alors, l'équation (11) est équivalente au système d'équations suivant :

$$S_{11} = \Omega_{11} S_{11} A_m + \Omega_{12} C_m \quad (13)$$

$$S_{12} = \Omega_{11} S_{11} B_m \quad (14)$$

$$S_{21} = \Omega_{21} S_{11} A_m + \Omega_{22} C_m \quad (15)$$

$$S_{22} = \Omega_{21} S_{11} B_m \quad (16)$$

L'existence de la matrice inverse dans (12) impose que le nombre d'entrées m soit être égal au nombre de sorties q . Si $m > q$, on peut alors utiliser la pseudo-inverse.

Notons que l'équation (13) est une équation de Lyapunov [4,5] qui n'a de solution que si aucune valeur propre de Ω_{11} n'est égale à l'inverse d'une valeur propre de A_p .

Pour voir sous quelles conditions une poursuite asymptotique est assurée, écrivons l'équation de l'erreur sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \dot{x}_p^* - \dot{x}_p = A_p x_p^* + B_p u_p^* - A_p x_p - B_p u_p \\ &= A_p e_x + B(u_p^* - u_p) \end{aligned} \quad (17)$$

Si la loi de contrôle à la forme suivante :

$$u_p = u_p^* + K(y_m - y_p) = u_p^* + K C_p e_x \quad (18)$$

Alors, l'équation de l'erreur devient :

$$\dot{e}_x = (A_p - B_p K C_p) e_x \quad (19)$$

Ainsi, l'erreur e_x tend vers zéro quand t tend vers l'infini, s'il existe un gain constant K qui stabilise le système en boucle fermée. Quand e_x tend vers zéro et en prenant en considération l'équation (4), on peut écrire

$$y_p(t) = C_p x_p(t) = C_p x_p^*(t) = y_m(t) = C_m x_m(t)$$

Ce qui est l'objectif du CGT.

Si on remplace u_p^* par son équivalent de (5) dans (18) on aura la forme finale de la loi de contrôle :

$$u_p(t) = S_{21} x_m(t) + S_{22} u_m(t) + K(y_m(t) - y_p(t)) \quad (20)$$

Où S_{21} et S_{22} sont les solutions des équations (13) à (16) avec :

$$R_e[\lambda(A_p - B_p K C_p)] < 0 \quad (21)$$

On note que le CGT établi pour le cas où u_m est une constante peut être étendu à une entrée plus générale [1]. Pour les problèmes réels, il est possible qu'un système d'ordre très élevé doive suivre un modèle d'ordre très petit et avec une entrée de référence arbitraire. Cela est pratiquement impossible à atteindre par un contrôleur à gains fixes. Alors, il est raisonnable et pratiquement suffisant de ne pas imposer une poursuite parfaite du modèle, mais seulement que l'erreur entre le modèle et le système soit borné et assez petite. En plus, les gains ne seront pas fixes mais adaptatifs.

III.2 SYSTEME A PARAMETRES VARIABLES

Le système linéaire à paramètres variables peut être décrit par les équations suivantes :

$$\dot{x}_p(t) = A_p(t) x_p(t) + B_p(t) u_p(t) \quad (22)$$

$$y_p(t) = C_p x_p(t) \quad (23)$$

Le modèle linéaire continue invariant à suivre est décrit par :

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \quad (24)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t) \quad (25)$$

Les variables et les matrices sont comme dans le cas précédent à l'exception que les matrices A_p et B_p sont dans ce cas fonction du temps.

Si le suivi parfait s'établit, c. à. d. $y_p(t) = y_m(t)$ pour $t \geq 0$,

les trajectoires résultantes du contrôle et de l'état sont notées respectivement $u_p^*(t)$ et $x_p^*(t)$.

Par définition, les variables idéales doivent satisfaire :

$$(i) \quad C_p x_p^*(t) = C_m x_m(t) \quad (26)$$

$$(ii) \quad \dot{x}_p^*(t) = A_p(t) x_p^*(t) + B_p(t) u_p^*(t) \quad (27)$$

$$(iii) \quad \begin{bmatrix} x_p^*(t) \\ u_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(t)S_{12}(t) \\ S_{21}(t)S_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

Avec S_{11}, S_{12}, S_{21} et S_{22} sont des matrices dépendantes du temps, de dimension appropriée.

Sous la supposition que $\dot{u}_m(t) = 0$, Les équations à résoudre sont :

$$A_p(t)S_{11}(t) + B_p(t)S_{21}(t) = \dot{S}_{11}(t) + S_{11}(t)A_m \quad (29)$$

$$A_p(t)S_{12}(t) + B_p(t)S_{22}(t) = \dot{S}_{12}(t) + S_{11}(t)B_m \quad (30)$$

$$C_p S_{11}(t) = C_m \quad (31)$$

$$C_p S_{12}(t) = 0 \quad (32)$$

(Pour les détails, voir [6]).

Les équations (29) – (32) peuvent être mises sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} A_p(t)B_p(t) \\ C_p \quad 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_{11}(t)S_{12}(t) \\ S_{21}(t)S_{22}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11}(t) + S_{11}(t)A_m & \dot{S}_{12}(t) + S_{11}(t)B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

On assume que $m = q$, donc, si la matrice

$$\begin{bmatrix} A_p(t)B_p(t) \\ C_p \quad 0 \end{bmatrix}$$

est inversible, l'équation (33) donne :

$$\begin{bmatrix} S_{11}(t)S_{12}(t) \\ S_{21}(t)S_{22}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_{11}(t)\Omega_{12}(t) \\ \Omega_{21}(t)\Omega_{22}(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{S}_{11}(t) + S_{11}(t)A_m & \dot{S}_{12}(t) + S_{11}(t)B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

avec

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11}(t)\Omega_{12}(t) \\ \Omega_{21}(t)\Omega_{22}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p(t)B_p(t) \\ C_p \quad 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (35)$$

On voit que le produit

$$C_p \Omega_{11}(t) = 0, \quad \forall t$$

et comme C_p est une matrice différente de l'identité, La matrice $\Omega_{11}(t)$ est alors singulière pour tout t .

Le développement de l'égalité (34) donne le système différentiel algébrique suivant :

$$\Omega_{11}(t)\dot{S}_{11}(t) = S_{11}(t) - \Omega_{11}(t)S_{11}(t)A_m - \Omega_{12}(t)C_m \quad (36)$$

$$\Omega_{11}(t)\dot{S}_{12}(t) = S_{12}(t) - \Omega_{11}(t)S_{11}(t)B_m \quad (37)$$

$$S_{21}(t) = \Omega_{21}(t)\dot{S}_{11}(t) + \Omega_{21}(t)S_{11}(t)A_m + \Omega_{22}(t)C_m \quad (38)$$

$$S_{22}(t) = \Omega_{21}(t)\dot{S}_{12}(t) + \Omega_{21}(t)S_{11}(t)B_m \quad (39)$$

On voit bien que $S_{21}(t)$ et $S_{22}(t)$ dépendent de $S_{11}(t)$ et $S_{12}(t)$ via les équations (38) et (39), donc, seulement l'équation (36) nécessite d'être résolue. Pour la résolution du système d'équations (36 - 39), on transforme les équations différentielles en équations aux différences en appliquant la formule d'approximation de la dérivée.

$$\dot{x}(kT) = \frac{x(kT+T) - x(kT)}{T}$$

Avec T la période d'échantillonnage.

IV. ALGORITHME DU MRAC

Le problème de MRAC sera résolu pour les équations suivantes du processus :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (40)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (41)$$

L'objectif est de trouver une commande $u(t)$ tels que la sortie du système y_p suive la sortie du modèle de référence y_m

$$\dot{x}(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \quad (42)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t) \quad (43)$$

Pour faciliter le développement de la loi de commande, le concept de CGT à temps variant est présenté ici. Si une poursuite parfaite est atteinte, c-à-d $y_p(t) = y_m(t)$ pour $t \geq 0$, les trajectoires de contrôle et d'état correspondantes sont notées $x_p^*(t)$, $u_p^*(t)$ et satisfont par définition (26-28).

La loi de commande est choisie de la forme

$$u(t) = K_e(t)(y_m(t) - y(t)) + K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t) \quad (44)$$

qui peut s'écrire de la forme

$$u = Kr \quad (45)$$

avec

$$K = (K_e, K_x, K_u) \quad r^T = ((y_m - y)^T, x_m^T, u_m^T)$$

$K(t)$ est définie selon la règle adaptative suivante :

$$K(t) = K_I(t) + K_p(t) \quad (46)$$

$$\dot{K}_I(t) = C(y_m(t) - y(t))r^T T, K_I(0) = K_{I0} \quad (47)$$

$$K_p(t) = C(y_m(t) - y(t))r^T \bar{T} \quad (48)$$

L'erreur étant définie comme suit :

$$e(t) = x^*(t) - x(t) \quad (49)$$

La dérivée de l'erreur est :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}^*(t) - \dot{x}(t)$$

En utilisant les équations (40), (27), (28) et (46), nous obtenons

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & A(t)e(t) + B(t)[S_{21}(t)x(t) \\ & + S_{22}(t)u_m(t) - K_p(t)r(t) - K_I(t)r(t)] \end{aligned} \quad (50)$$

V. ANALYSE DE LA STABILITE

La stabilité sera analysée en utilisant une approche de Lyapunov illustré par :

$$\begin{aligned} V(t) = & e^T(t)P(t)e(t) \\ & + Tr[S(k_I(t) - \tilde{K}(t))T^{-1}(k_I(t) - \tilde{k}(t))T^T S^T] \end{aligned} \quad (51)$$

Tr : Trace de la matrice

avec T et $P(t)$ sont respectivement des matrices symétriques définies positives, S est une matrice non singulière et \tilde{K} est écrite de la même manière que K , c.-à-d :

$$\tilde{K}(t) = [\tilde{K}_e(t), \tilde{K}_x(t), \tilde{K}_u(t)]$$

et il est supposée que

$$\tilde{K} = Ce(t)r^T(t)T_1(t)$$

avec $T_1(t)$ est une matrice dépendante du temps. Après quelques manipulations algébriques, la dérivé de $V(t)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e^T(t)[\dot{P}(t) + P(t)(A(t) - B(t)\tilde{K}'_e(t)C) \\ & + (A(t) - B(t)\tilde{K}'_e(t)C)^T P(t) \\ & - 2e^T(t)P(t)B(t)(S^T S)^{-1} B^T P(t)e(t)r^T(t)\bar{T}r(t)] \end{aligned} \quad (52)$$

Cette expression a été établie en supposant que

$$C = (S^T S)^{-1} B^T(t)P(t)$$

et si $\tilde{K}'_x(t)$, $\tilde{K}'_u(t)$ sont choisies de sorte que :

$$\tilde{K}'_x(t) = S_{21}(t) \text{ et } \tilde{K}'_u(t) = S_{22}(t)$$

alors la dérivée de $V(t)$ est négative si :

1. T est définie positive

2. \bar{T} est semi définie positive

$$3. C = (S^T S)^{-1} B^T(t)P(t)$$

$$4. \dot{P}(t) + P(t)(A(t) - B(t)\tilde{K}'_e C) + (A(t) - B(t)\tilde{K}'_e C)^T P$$

est définie négative.

Noter que les matrices $\tilde{K}'_x(t)$, $\tilde{K}'_u(t)$, $\tilde{K}'_e(t)$ et $P(t)$ aussi bien que les matrices $S_{ij}(t)$ ne sont pas nécessaires pour l'implémentation de la loi de commande.

VI. TRAITEMENT DES SYSTEMES NON-LINEAIRES

La commande MRAC de la section IV peut être appliquée aux systèmes non linéaires en utilisant la procédure de la linéarisation virtuelle. Le principe est mieux expliqué par un exemple.

Soit un système non linéaire décrit par :

$$\dot{X}_i(t) = g_i(x, u, t) + h_i(x, u, t) + P_i(x, u, t), i=1, 2 \quad (53)$$

qu'on peut l'écrire de la forme

$$\dot{X}_i = (g_i / x_1)x_1 + (h_i / x_2)x_2 + (P_i / x_u)x_u \quad (54)$$

Où

$$\begin{aligned} x_1 & \xrightarrow{\text{lim}} 0 (g_i / x_1) \langle \infty \\ x_2 & \xrightarrow{\text{lim}} 0 (h_i / x_2) \langle \infty \\ u & \xrightarrow{\text{lim}} 0 (P_i / u) \langle \infty \end{aligned}$$

Alors le système linéarisé sera :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (55)$$

Avec

$$A(t) = \begin{bmatrix} g_1 & h_1 \\ x_1 & x_2 \\ g_2 & h_2 \\ x_1 & x_2 \end{bmatrix}, B(t) = \begin{bmatrix} P_1 / u \\ P_2 / u \end{bmatrix}$$

Noter que cette manière de récrire le système ne fait rien mais juste réarrange les limites dans chaque équation de sorte que quand x et u sont indiqués, le système semble être linéaire.

VII. EXEMPLES

EXEMPLE 1 : MRAC POUR UN SYSTEME LINEAIRE

Soit un système SISO de fonction de transfert

$$G(s) = \frac{2(s+4)}{s^2 - 3s - 2}$$

Sa représentation d'état est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) & = A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) & = C_p x_p(t) \end{aligned}$$

Où

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, C_p = [8 \quad 4]$$

La fonction de transfert du modèle de référence est donnée par :

$$G_m(s) = \frac{1}{0.2s + 1}$$

Sa représentation d'état est donnée par :

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t)$$

Où

$$A_m = [-5], B_m = [5], C_m = [1]$$

D'autre part, le système est de degré relatif égal à un et est à phase minimale, il est donc ASPR (Almost Strictly Positive Real) et donc la convergence de l'erreur d'adaptation est garantie.

L'application du contrôleur adaptatif basé sur le CGT à ce système conduit à une erreur asymptotiquement stable, ce qui a comme conséquence la convergence de l'algorithme adaptatif.

L'entrée est un signal carré d'amplitude ± 1 et de période 60 secondes.

La Fig. 1 représente les sorties du système et du modèle de référence, le suivi parfait est visible en régime permanent, la commande correspondante est donnée en Fig. 2, elle est bornée et lisse ce qui facilitera son implémentation sur ordinateur.

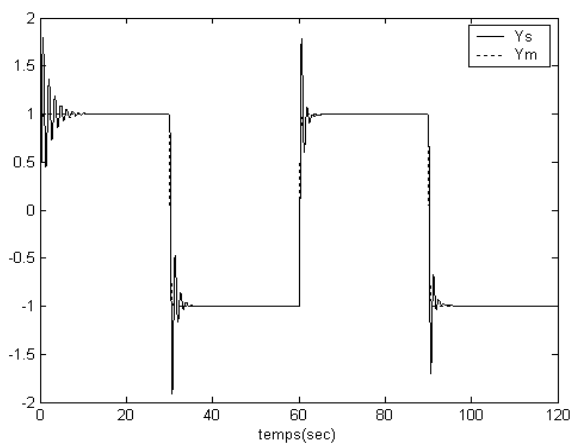


Fig. 1 - Sorties du système et du modèle,

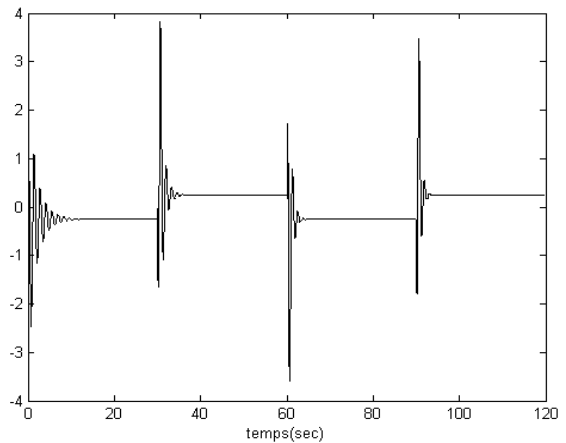


Fig. 2 - Signal de commande

EXEMPLE 2 : MRAC POUR UN SYSTEME NON LINEAIRE REPRESENTÉ PAR UN MODELE D'UN AVION F-8 DE TROISIEME ORDRE NON- LINEAIRE.

Les équations pour ce système sont :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (1 - x_1^2 - 0.088)x_1 - 0.877x_1^3 \\ &\quad - 0.215u + 0.28ux_1^2 + 46u^2x + 6104u^3 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= -.396x_3 - 4.208x_1 - .47x_1^2 - 3.564x_1^3 \\ &\quad - 20.967u + 6.265ux_1^2 + 46u^2x + 61.4u^3 \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

Les équations du modèle sont :

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -9.87 & 0 & -1.7 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_m, \\ y_m(t) &= (1,0,0)x_m(t) \end{aligned}$$

La simulation a été effectuée pour les conditions initiales $x(0) = x_m(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$, $T = \bar{T} = I_5$, et $\Delta t = 0.01$.

Les résultats de la simulation représentés sur la Fig. 3 indiquent que le système suit asymptotiquement le modèle de référence.

La Fig. 4 représente la grandeur de commande, on voit bien qu'elle est bornée et lisse.

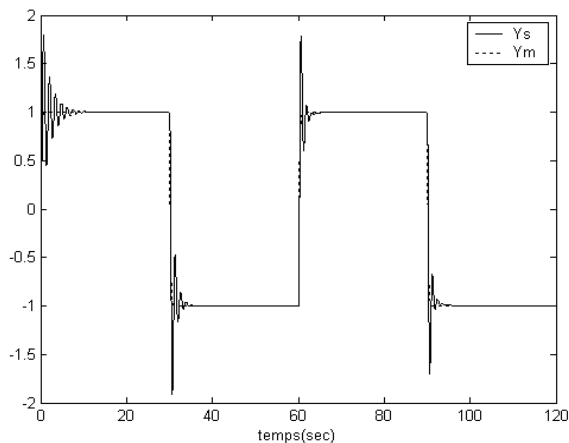


Fig. 3 - Sorties du système et du modèle

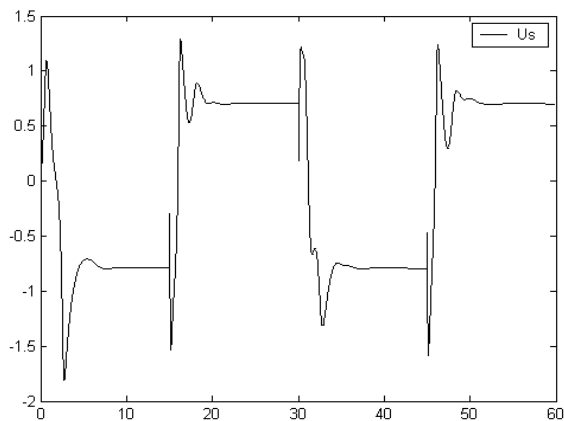


Fig. 4 - Signal de commande

VIII. CONCLUSION

Dans cet article, On présente au premier lieu le concept du CGT pour les systèmes invariants puis variants, une extension de la commande adaptative MRAC aux systèmes non linéaires a été développée en utilisant la procédure de linéarisation virtuelle, une simulation sur un modèle d'un avion a été testée, conduisant à une erreur asymptotiquement stable entre le système et le modèle de référence. Cette étude permettra au MRAC d'être appliquée aux systèmes non linéaires et même aux systèmes de fortes non linéarités et c'est le cas de la plupart des systèmes industriels.

IX. REFERENCES

- [1] Broussard J.R , Obrien S.J., " Feedforward control to track the output of a forced model," Proceedings of the 17th Conference on Decision and Control pp.1149-1155,1979.
- [2] I.Barkana, Positive Realness in Multivariable stationary Linear Systems , *International Journal of Franklin Institute* Vol 328,n4,pp 403-417 ,1991.
- [3] I.Barkana, Gain Condition and Convergence of Simple Adaptive Control, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*,19, pp.13-40, (2005a)

- [4] Isidori A., "Nonlinear control systems, "Third edition, Springer-Verlag,1995.
- [5] Ramirez W.F.,"Process control and identification," Academic Press,Harcourt Brace and Company,California,1994.
- [6] Abdelaziz M, Djahli F, "Synthesis of a Asymptotically Stable Direct Model Reference Adaptive Controller for a Class of Processes not Satisfying a Positive Real Constraint"WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS , Issue 9, Volume 5, September 2006, ISSN 1109-2777